Technische Universität München

Zentrum Mathematik

Diskrete Optimierung: Fallstudien aus der Praxis

Barbara Wilhelm | Michael Ritter

Station 1: Komplexitätsklassen

Diskutieren Sie folgende Fragen in der Gruppe und tragen Sie Ihre Antworten auf das Arbeitsblatt ein.

1. In welchem Verhältnis stehen die Komplexitätsklassen $\mathcal{P}$ und $\mathcal{NP}$? Sind sie disjunkt oder haben sie nichtleeren Schnitt, gibt es eine Teilmengenrelation (welche?) oder sind die Klassen sogar identisch? Beweisen Sie Ihre Behauptung!

Bitte wenden!

2. Betrachten Sie die Entscheidungs- bzw. Evaluationsversion des Knapsack-Problems:

   Input: $n \in \mathbb{N}$, Gewichte $w \in \mathbb{N}^n$, Werte $v \in \mathbb{N}^n$, eine Kapazität $K \in \mathbb{N}$ und eine natürliche Zahl C.

   Frage (Entscheidungsproblem): Gibt es eine zulässige Lösung des Knapsack-Problems mit einem Gesamtwert von mindestens C? Eine zulässige Lösung des Knapsack-Problems ist eine Teilmenge $I \subseteq \{1, \ldots, n\}$ mit der Eigenschaft $\sum_{i \in I} w_i \leq K$, der Wert einer solchen Lösung ist $\sum_{i \in I} v_i$.

   Aufgabe (Evaluationsproblem): Bestimme das Maximum des Gesamtwerts aller zulässigen Lösungen oder stelle fest, dass keine zulässige Lösung existiert!

   Wenn Sie die Evaluationsversion lösen könnten, wäre natürlich auch die Entscheidungsversion gelöst. Aber angenommen, Sie kennen ein Orakel, das die Entscheidungsversion löst – könnten Sie damit auch das Evaluationsproblem in polynomieller Zeit (besser „in Orakel-polynomieller Zeit") lösen? Sie dürfen das Orakel mehrmals (polynomiell oft) aufrufen und dabei ggf. beliebige Eingabedaten (polynomieller Größe) verwenden.