



## Diskrete Optimierung: Fallstudien aus der Praxis

Barbara Wilhelm | Michael Ritter

---

### Vorlesungsinhalte im Überblick

Die Vorlesung *Diskrete Optimierung – Fallstudien aus der Praxis* ist eine Kombination aus Vorlesung, Seminar und Projektarbeit. Im Folgenden geben wir einen kurzen Überblick über den im Rahmen der Vorlesungsstunden behandelten Stoff, der im Rahmen einer DHP-Prüfung im Umfang von 2 SWS eingebracht werden kann. Zusätzlich dazu haben sich die Studierenden im Seminar- und Projektteil in Teams jeweils mit einer Themenstellung aus der Praxis auseinandergesetzt.

## 1 Flussprobleme

- Netzwerke
- Flüsse in Netzwerken
- das Maximum Flow-Problem: Problemstellung
- ILP-Formulierung von Maximum Flow
- Minimum Cut als duales zum Maximum Flow-Problem
- Totale Unimodularität des Maximum Flow-ILPs
- MaxFlow-MinCut-Theorem

## 2 Komplexitätstheorie (Wiederholung)

- Grundbegriffe (informell)
  - Entscheidungs- und Optimierungsprobleme
  - Laufzeit von Algorithmen
  - Codierungslänge
  - polynomielle Algorithmen
  - die Klasse  $\mathcal{P}$
  - Orakel
  - polynomielle Reduktion
  - Zertifikate

- die Klasse NP
- NP-schwere und NP-vollständige Probleme
- $\mathcal{P} \subseteq \mathcal{NP}$
- ein Beispiel für polynomielle Reduktion  
*Hier gab es Wahlmöglichkeiten, jeder Studierende hat sich mit einem Beispiel beschäftigt.*
- Beispiele für Zertifikate
- Nichtapproximierbarkeit am Beispiel von TSP

### 3 Approximationsalgorithmen- Grundbegriffe

- Approximationsalgorithmus, relative Abweichung
- Approximationsgüte
- verschiedene Approximationsalgorithmen

*Die folgenden Algorithmen haben die Studierenden im groben Überblick kennengelernt. Zusätzlich hat sich jeder Studierende mit einem Algorithmus intensiv beschäftigt, inklusive Beweis der Approximationsgüte.*

- Cheapest Insert für TSP
- Nearest Insert für TSP
- Christofides-Algorithmus für TSP
- Randomisiertes Runden für k-Matching
- $(1-\varepsilon)$ -Approximation für Knapsack (Modifikation des dynamic programming-Algorithmus)
- Kou-Markovsky-Berman-Algorithmus für Steinerbaum (2-Approximation)

## 4 Branch and Bound

### 4.1 Grundlagen

- Grundidee von Branch and Bound-Algorithmen für ILPs
- Elemente des Branch and Bound-Ansatzes

### 4.2 Heuristiken für ILPs: Bestimmen einer zulässigen Lösung

- Feasibility Pump
- Diving-Heuristiken: Grundidee und verschiedene Ausprägungen

### 4.3 Branchingtechniken

- Pseudocost Branching
- Strong Branching
- Hybrid-Ansatz Strong/Pseudocost-Branching

### 4.4 Special Ordered Sets

- Special Ordered Sets am Beispiel von SOS 1: Begriff, Grundidee und Branchingregel

### 4.5 Symmetriebrechung

- Problematik von Symmetrien im Branch and Bound-Algorithmus
- Symmetriebrechung durch Orbital Branching: Grundidee des Algorithmus, Branchingregel
- Beispiel zum Orbital Branching

## 5 Schnittebenen-Verfahren

### 5.1 Allgemeine Schnittebenen

- Grundidee und Grundbegriffe
- Rundungsschnitte
- Gomory-Schnitte
- Grundidee: Schnitte und der duale Simplex-Algorithmus (Warmstart)

### 5.2 Kombinatorische Schnitte

- Kennenlernen verschiedener kombinatorischer Schnitte.

*Die folgenden Schnitte haben die Studierenden im Überblick kennengelernt. Für jeweils einen dieser Schnitte wurde die Gültigkeit im Detail hergeleitet.*

- Rounded Capacity Inequalities für Vehicle Routing
- Kamm-Ungleichungen für TSP
- 2-Matching-Ungleichungen für TSP
- Subtour Elimination für TSP

- das Knapsack-Polytop: triviale Facetten, Knapsack Cover Inequalities und Extended Knapsack Cover Inequalities
- das TSP-Polytop: Separation verletzter Ungleichungen am Beispiel von Subtour Elimination Constraints
- das Matching-Polytop: odd set inequalities
- Lifting von Ungleichungen am Beispiel von Knapsack Cover Inequalities

## 6 Column Generation

- Cutting Stock-Probleme
- ILP-Formulierungen für Cutting Stock
- „Schnittmuster“-Modellierung
- Column Generation am Beispiel der Schnittmuster-Modellierung für Cutting Stock