Technische Universität München

Zentrum Mathematik

Prof. Dr. P. Gritzmann, Dipl.-Inf. Dipl.-Math. S. Borgwardt

Optimierung 3, SS 2009

Übungsblatt 5

Aufgabe 5.1
Betrachten Sie das folgende Problem:

Sie besitzen eine (leere) Bierdose. Die Dose hat ein Eigengewicht (das sie als gleichverteilt über die ganze Dose annehmen können) und ein gewisses Fassungsvermögen. Sie können die Dose beliebig hoch (in Prozent) mit Wasser auffüllen. Wie hoch muss der Wasserstand in der Dose sein, damit man einen möglichst tiefen Schwerpunkt bekommt?

Modellieren Sie das Problem als konvexe Minimierungsaufgabe. Begründen Sie die Konvexität der Aufgabe!

Aufgabe 5.2

a) Gegeben sei die Funktion $\alpha : \mathbb{R}^n \to \mathbb{R}$ definiert durch $\alpha(x) := \sum_{i=1}^{n} |\xi_i|$ für $x = (\xi_1, \ldots, \xi_n)^T$. Bestimmen Sie das Subdifferential von α im Nullpunkt.

b) Seien $C \subset \mathbb{R}^n$ abgeschlossen und konvex, $K \subset \mathbb{R}^n$ offen und konvex, und es gelte $C \subset K$. Ferner seien $\varphi : K \to \mathbb{R}$ konvex, $x^* \in C$ sei Maximalpunkt von φ bezüglich C, und es sei $a \in \partial\varphi(x^*)$. Sei $\psi : \mathbb{R}^n \to \mathbb{R}$ die durch $\psi(x) := \varphi(x^*) + a^T(x - x^*)$ definierte affine Funktion. Zeigen Sie: Dann gilt

$$\psi(x^*) = \max_{x \in C} \psi(x) = \max_{x \in C} \varphi(x) = \varphi(x^*)$$