



Technische Universität München
Zentrum Mathematik

Prof. Dr. P. Gritzmann, Dipl.-Inf. Dipl.-Math. S. Borgwardt

Optimierung 3, SS 2009

Übungsblatt 12

Aufgabe 12.1

Sei $\varphi : \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}$ stetig differenzierbar und nach unten beschränkt, $x_0 \in \mathbb{R}^n$, s eine Abstiegsrichtung sowie $\rho \in (0, 1)$ und $\kappa \in (\rho, 1)$.

- a) Konstruieren Sie einen möglichst schnellen Algorithmus zur Bestimmung einer Schrittweite, die die Wolfe-Powell Bedingungen für ρ und κ erfüllt. (*Hinweis: Lemma 9.2.14*)
- b) Begründen Sie, dass Ihr Verfahren nach endlich vielen Schritten eine Schrittweite findet, die den Wolfe-Powell Bedingungen genügt.
- c) Betrachten Sie die Funktion $\varphi(x) := \xi_1^2 + 2\xi_1\xi_2 + 5\xi_2^2$. Berechnen Sie die ersten drei Schritte des Gradientenverfahren mit Startpunkt $x_0 = (3, -1)^T$ für diese Funktion. Benutzen Sie hierbei Ihr Verfahren für die Schrittweitenbestimmung, mit Parametern $\rho = 1/2, \kappa = 3/4$.

Bitte wenden!

Aufgabe 12.2

Sei $\gamma(t) := (1 + 2^{-t}) \begin{pmatrix} \cos 2\pi t \\ \sin 2\pi t \end{pmatrix}$ und $\Gamma := \{\gamma(t) : t \in \mathbb{R}\}$ (vgl. Abbildung). Für $x \in \mathbb{R}^2$ mit $\|x\|_2 > 1$ sei $\lambda(x) := \max\{\lambda \leq 1 : \lambda x \in \Gamma\}$ und $\mu(x) := \min\{\mu > 1 : \mu x \in \Gamma\}$. Wir betrachten die Funktion $f(x) := 2^{-20}(1 - \|x\|_2)^8 + d(x)$, wobei

$$d(x) := \begin{cases} \|x - x\lambda(x)\|_2^4 \cdot \|x - x\mu(x)\|_2^4, & \text{für } \|x\|_2 > 1. \\ 0, & \text{sonst} \end{cases}$$

eine Abstandsfunktion bezüglich Γ ist.

- Skizzieren Sie qualitativ den Verlauf von f entlang des Strahls $\{(\sigma, 0)^T : \sigma \geq 0\}$. Beschreiben Sie mit Hilfe Ihrer Skizze informell das Aussehen von f auf ganz \mathbb{R}^2 .
- Wie sieht (qualitativ) der Verlauf des Gradientenverfahrens mit exakter line search für f aus, wenn man bei $x_0 = (2, 0)^T$ startet? Wo liegen die Häufungspunkte, die das Verfahren erzeugt?
- Welche Rolle spielt das Verhalten von f im Inneren des Einheitskreises für den Verlauf des Gradientenverfahrens aus b)?

