



Propädeutikum Diskrete Mathematik

Tiefensuche

Prof. Dr. R. Hemmecke
B.Sc. W.F. Riedl Dipl-Math. M. Silbernagl

Technische Universität München

WS 2013/14

If-Abfrage

Input : $M \subset \mathbb{N}$ endliche Menge

Output : u Anzahl ungerader Zahlen in M ,
 g Anzahl gerader Zahlen in M

```
1  $u \leftarrow 0, g \leftarrow 0;$ 
2 for  $n \in M$  do
3   | if  $n$  ist ungerade then
4   | |  $u \leftarrow u + 1;$ 
5   | | else
   | |  $g \leftarrow g + 1;$ 
   | | end
2 end
```



Stapel/Stack I

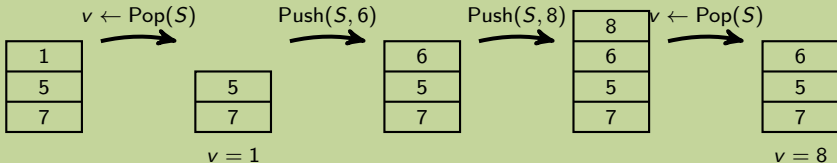
Definition

Ein Stapel/Stack S ist eine Folge von Elementen mit den folgenden beiden Operationen:

- $\text{Push}(S, u)$: Füge das Element u am Ende der Folge ein.
- $v \leftarrow \text{Pop}(S)$: Speichere das letzte Element von S als v ab und entferne es aus S .

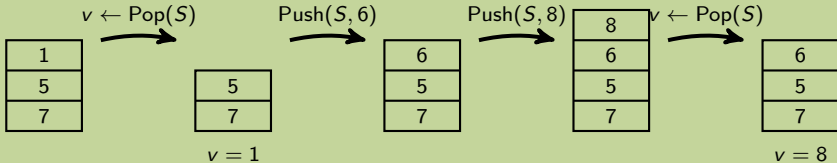
Stapel/Stack II

Beispiel 1



Stapel/Stack II

Beispiel 1



Beispiel 2

Befehl	Stack S
	(7, 5, 1)
$v \leftarrow \text{Pop}(S)$	(7, 5) und $v = 1$
$\text{Push}(S, 6)$	(7, 5, 6)
$\text{Push}(S, 8)$	(7, 5, 6, 8)
$v \leftarrow \text{Pop}(S)$	(7, 5, 6) und $v = 8$

Tiefensuche (DFS)

Input : Graph $G = (V, E)$, Startknoten $u \in V$

Output : Funktionen bekannt : $V \rightarrow \{0, 1\}$, Vorgänger : $V \setminus \{u\} \rightarrow V$.

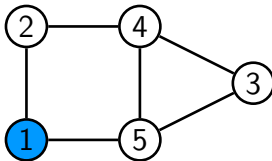
```
1  $S \leftarrow (u)$ ;  
2 for  $w \in V$  do  
3   |   bekannt( $w$ )  $\leftarrow 0$ ;  
   end  
4 while  $S \neq \emptyset$  do  
5   |    $v \leftarrow \text{Pop}(S)$ ;  
6   |   if bekannt( $v$ ) = 0 then  
7     |   bekannt( $v$ )  $\leftarrow 1$ ;  
8     |   for  $w \in N(v)$  mit bekannt( $w$ ) = 0 do  
9       |   Push( $S, w$ );  
10      |   Vorgänger( $w$ )  $\leftarrow v$ ;  
       |   end  
     |   end  
   |   end  
end
```

Input : Graph $G = (V, E)$, Startknoten $u \in V$

Output : Funktionen $\text{bekannt} : V \rightarrow \{0, 1\}$,
 Vorgänger : $V \setminus \{u\} \rightarrow V$.

```

1  S ← (u);
2  for w ∈ V do
3      |   bekannt(w) ← 0;
   end
4  while S ≠ ∅ do
5      |   v ← Pop(S);
6      |   if bekannt(v) = 0 then
7          |       |   bekannt(v) ← 1;
8          |       |   for w ∈ N(v) mit bekannt(w) = 0 do
9              |           |   Push(S, w);
10             |           |   Vorgänger(w) ← v;
           |           end
           |       end
           |   end
       end
   end
end
```

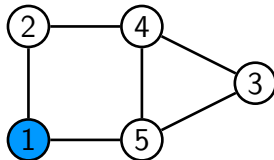


Input : Graph $G = (V, E)$, Startknoten $u \in V$

Output : Funktionen $\text{bekannt} : V \rightarrow \{0, 1\}$,
 Vorgänger : $V \setminus \{u\} \rightarrow V$.

```

1  S ← (u);
2  for w ∈ V do
3      | bekannt(w) ← 0;
   end
4  while S ≠ ∅ do
5      | v ← Pop(S);
6      | if bekannt(v) = 0 then
7          | | bekannt(v) ← 1;
8          | | for w ∈ N(v) mit bekannt(w) = 0 do
9              | | | Push(S, w);
10             | | | Vorgänger(w) ← v;
           | | end
       | end
   end
end
    
```



$S = ()$

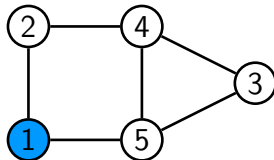
v	$\text{bekannt}(v)$	Vorgänger(v)
1		
2		
3		
4		
5		

Input : Graph $G = (V, E)$, Startknoten $u \in V$

Output : Funktionen $\text{bekannt} : V \rightarrow \{0, 1\}$,
 Vorgänger : $V \setminus \{u\} \rightarrow V$.

```

1  S ← (u);
2  for w ∈ V do
3      | bekannt(w) ← 0;
4  end
5  while S ≠ ∅ do
6      v ← Pop(S);
7      if bekannt(v) = 0 then
8          | for w ∈ N(v) mit bekannt(w) = 0 do
9              | | Push(S, w);
10             | | Vorgänger(w) ← v;
11             | end
12         end
13     end
14 end
    
```



$S = (1)$

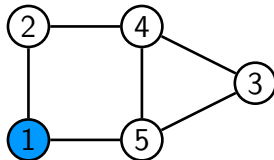
v	$\text{bekannt}(v)$	Vorgänger(v)
1		
2		
3		
4		
5		

Input : Graph $G = (V, E)$, Startknoten $u \in V$

Output : Funktionen $\text{bekannt} : V \rightarrow \{0, 1\}$,
 Vorgänger : $V \setminus \{u\} \rightarrow V$.

```

1  S ← (u);
2  for w ∈ V do
3  |   bekannt(w) ← 0;
   end
4  while S ≠ ∅ do
5  |   v ← Pop(S);
6  |   if bekannt(v) = 0 then
7  |       bekannt(v) ← 1;
8  |       for w ∈ N(v) mit bekannt(w) = 0 do
9  |           Push(S, w);
10 |          Vorgänger(w) ← v;
           end
       end
   end
end
    
```



$S = (1)$

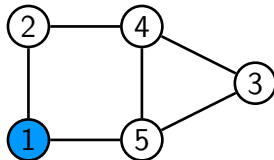
v	$\text{bekannt}(v)$	Vorgänger(v)
1	0	
2	0	
3	0	
4	0	
5	0	

Input : Graph $G = (V, E)$, Startknoten $u \in V$

Output : Funktionen $\text{bekannt} : V \rightarrow \{0, 1\}$,
 Vorgänger : $V \setminus \{u\} \rightarrow V$.

```

1  S ← (u);
2  for w ∈ V do
3  |   bekannt(w) ← 0;
   end
4  while S ≠ ∅ do
5  |   v ← Pop(S);
6  |   if bekannt(v) = 0 then
7  |       bekannt(v) ← 1;
8  |       for w ∈ N(v) mit bekannt(w) = 0 do
9  |           Push(S, w);
10 |          Vorgänger(w) ← v;
           end
       end
   end
end
    
```



$S = ()$, $v = 1$

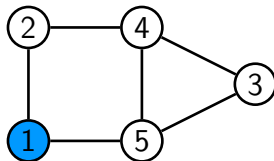
v	$\text{bekannt}(v)$	Vorgänger(v)
1	0	
2	0	
3	0	
4	0	
5	0	

Input : Graph $G = (V, E)$, Startknoten $u \in V$

Output : Funktionen $\text{bekannt} : V \rightarrow \{0, 1\}$,
 Vorgänger : $V \setminus \{u\} \rightarrow V$.

```

1  S ← (u);
2  for w ∈ V do
3  |   bekannt(w) ← 0;
   end
4  while S ≠ ∅ do
5  |   v ← Pop(S);
6  |   if bekannt(v) = 0 then
7  |       bekannt(v) ← 1;
8  |       for w ∈ N(v) mit bekannt(w) = 0 do
9  |           Push(S, w);
10 |          Vorgänger(w) ← v;
           end
       end
   end
end
    
```



$S = ()$, $v = 1$

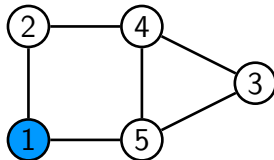
v	$\text{bekannt}(v)$	Vorgänger(v)
1	1	
2	0	
3	0	
4	0	
5	0	

Input : Graph $G = (V, E)$, Startknoten $u \in V$

Output : Funktionen $\text{bekannt} : V \rightarrow \{0, 1\}$,
 Vorgänger : $V \setminus \{u\} \rightarrow V$.

```

1  S ← {u};
2  for w ∈ V do
3  |   bekannt(w) ← 0;
   end
4  while S ≠ ∅ do
5  |   v ← Pop(S);
6  |   if bekannt(v) = 0 then
7  |       bekannt(v) ← 1;
8  |       for w ∈ N(v) mit bekannt(w) = 0 do
9  |           Push(S, w);
10 |          Vorgänger(w) ← v;
        end
    end
end
    
```



$S = (2, 5), v = 1$

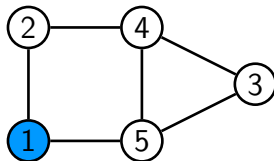
v	$\text{bekannt}(v)$	Vorgänger(v)
1	1	
2	0	1
3	0	
4	0	
5	0	1

Input : Graph $G = (V, E)$, Startknoten $u \in V$

Output : Funktionen $\text{bekannt} : V \rightarrow \{0, 1\}$,
 Vorgänger : $V \setminus \{u\} \rightarrow V$.

```

1  S ← (u);
2  for w ∈ V do
3  |   bekannt(w) ← 0;
   end
4  while S ≠ ∅ do
5  |   v ← Pop(S);
6  |   if bekannt(v) = 0 then
7  |       bekannt(v) ← 1;
8  |       for w ∈ N(v) mit bekannt(w) = 0 do
9  |           Push(S, w);
10 |          Vorgänger(w) ← v;
           end
       end
   end
end
    
```



$S = (2), v = 5$

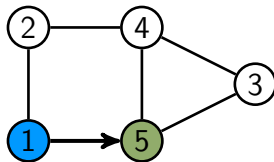
v	$\text{bekannt}(v)$	Vorgänger(v)
1	1	
2	0	1
3	0	
4	0	
5	0	1

Input : Graph $G = (V, E)$, Startknoten $u \in V$

Output : Funktionen $\text{bekannt} : V \rightarrow \{0, 1\}$,
 Vorgänger : $V \setminus \{u\} \rightarrow V$.

```

1  S ← (u);
2  for w ∈ V do
3      | bekannt(w) ← 0;
   end
4  while S ≠ ∅ do
5      | v ← Pop(S);
6      | if bekannt(v) = 0 then
7          |     bekannt(v) ← 1;
8          |     for w ∈ N(v) mit bekannt(w) = 0 do
9              |         Push(S, w);
10             |         Vorgänger(w) ← v;
           |     end
           end
       end
   end
end
    
```



$S = (2), v = 5$

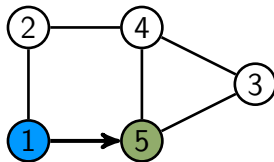
v	$\text{bekannt}(v)$	Vorgänger(v)
1	1	
2	0	1
3	0	
4	0	
5	1	1

Input : Graph $G = (V, E)$, Startknoten $u \in V$

Output : Funktionen $\text{bekannt} : V \rightarrow \{0, 1\}$,
 Vorgänger : $V \setminus \{u\} \rightarrow V$.

```

1   $S \leftarrow \{u\}$ ;
2  for  $w \in V$  do
3      |  $\text{bekannt}(w) \leftarrow 0$ ;
   end
4  while  $S \neq \emptyset$  do
5      |  $v \leftarrow \text{Pop}(S)$ ;
6      | if  $\text{bekannt}(v) = 0$  then
7          |  $\text{bekannt}(v) \leftarrow 1$ ;
8          | for  $w \in N(v)$  mit  $\text{bekannt}(w) = 0$  do
9              |  $\text{Push}(S, w)$ ;
10             |  $\text{Vorgänger}(w) \leftarrow v$ ;
           | end
       | end
   end
end
```



$S = (2, 3, 4)$, $v = 5$

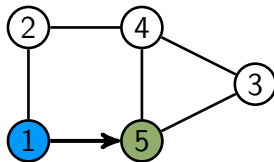
v	$\text{bekannt}(v)$	Vorgänger(v)
1	1	
2	0	1
3	0	5
4	0	5
5	1	1

Input : Graph $G = (V, E)$, Startknoten $u \in V$

Output : Funktionen $\text{bekannt} : V \rightarrow \{0, 1\}$,
 Vorgänger : $V \setminus \{u\} \rightarrow V$.

```

1  S ← {u};
2  for w ∈ V do
3      | bekannt(w) ← 0;
   end
4  while S ≠ ∅ do
5      | v ← Pop(S);
6      | if bekannt(v) = 0 then
7          | | bekannt(v) ← 1;
8          | | for w ∈ N(v) mit bekannt(w) = 0 do
9              | | | Push(S, w);
10             | | | Vorgänger(w) ← v;
           | | end
       | end
   end
end
    
```



$S = (2, 3), v = 4$

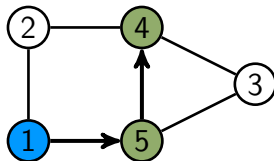
v	$\text{bekannt}(v)$	Vorgänger(v)
1	1	
2	0	1
3	0	5
4	0	5
5	1	1

Input : Graph $G = (V, E)$, Startknoten $u \in V$

Output : Funktionen $\text{bekannt} : V \rightarrow \{0, 1\}$,
 Vorgänger : $V \setminus \{u\} \rightarrow V$.

```

1  S ← {u};
2  for w ∈ V do
3  |   bekannt(w) ← 0;
   end
4  while S ≠ ∅ do
5  |   v ← Pop(S);
6  |   if bekannt(v) = 0 then
7  |       bekannt(v) ← 1;
8  |       for w ∈ N(v) mit bekannt(w) = 0 do
9  |           Push(S, w);
10 |          Vorgänger(w) ← v;
        end
    end
end
    
```



$S = (2, 3), v = 4$

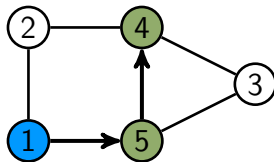
v	$\text{bekannt}(v)$	Vorgänger(v)
1	1	
2	0	1
3	0	5
4	1	5
5	1	1

Input : Graph $G = (V, E)$, Startknoten $u \in V$

Output : Funktionen $\text{bekannt} : V \rightarrow \{0, 1\}$,
 Vorgänger : $V \setminus \{u\} \rightarrow V$.

```

1   $S \leftarrow \{u\}$ ;
2  for  $w \in V$  do
3      |  $\text{bekannt}(w) \leftarrow 0$ ;
   end
4  while  $S \neq \emptyset$  do
5      |  $v \leftarrow \text{Pop}(S)$ ;
6      | if  $\text{bekannt}(v) = 0$  then
7          |  $\text{bekannt}(v) \leftarrow 1$ ;
8          | for  $w \in N(v)$  mit  $\text{bekannt}(w) = 0$  do
9              |  $\text{Push}(S, w)$ ;
10             |  $\text{Vorgänger}(w) \leftarrow v$ ;
           | end
       | end
   end
end
```



$S = (2, 3, 2, 3), v = 4$

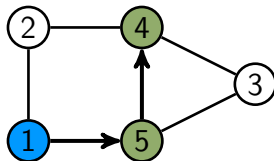
v	$\text{bekannt}(v)$	Vorgänger(v)
1	1	
2	0	4
3	0	4
4	1	5
5	1	1

Input : Graph $G = (V, E)$, Startknoten $u \in V$

Output : Funktionen $\text{bekannt} : V \rightarrow \{0, 1\}$,
 Vorgänger : $V \setminus \{u\} \rightarrow V$.

```

1  S ← {u};
2  for w ∈ V do
3  |   bekannt(w) ← 0;
   end
4  while S ≠ ∅ do
5  |   v ← Pop(S);
6  |   if bekannt(v) = 0 then
7  |       bekannt(v) ← 1;
8  |       for w ∈ N(v) mit bekannt(w) = 0 do
9  |           Push(S, w);
10 |          Vorgänger(w) ← v;
           end
       end
   end
end
    
```



$S = (2, 3, 2), v = 3$

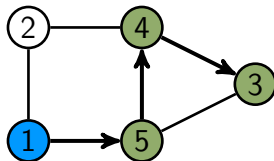
v	$\text{bekannt}(v)$	Vorgänger(v)
1	1	
2	0	4
3	0	4
4	1	5
5	1	1

Input : Graph $G = (V, E)$, Startknoten $u \in V$

Output : Funktionen $\text{bekannt} : V \rightarrow \{0, 1\}$,
 Vorgänger : $V \setminus \{u\} \rightarrow V$.

```

1  S ← (u);
2  for w ∈ V do
3  |   bekannt(w) ← 0;
   end
4  while S ≠ ∅ do
5  |   v ← Pop(S);
6  |   if bekannt(v) = 0 then
7  |       |   bekannt(v) ← 1;
8  |       |   for w ∈ N(v) mit bekannt(w) = 0 do
9  |       |       |   Push(S, w);
10 |       |       |   Vorgänger(w) ← v;
   |       |   end
   |   end
   end
end
    
```



$S = (2, 3, 2), v = 3$

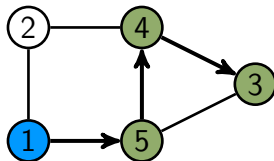
v	$\text{bekannt}(v)$	Vorgänger(v)
1	1	
2	0	4
3	1	4
4	1	5
5	1	1

Input : Graph $G = (V, E)$, Startknoten $u \in V$

Output : Funktionen $\text{bekannt} : V \rightarrow \{0, 1\}$,
 Vorgänger : $V \setminus \{u\} \rightarrow V$.

```

1  S ← {u};
2  for w ∈ V do
3  |   bekannt(w) ← 0;
   end
4  while S ≠ ∅ do
5  |   v ← Pop(S);
6  |   if bekannt(v) = 0 then
7  |       bekannt(v) ← 1;
8  |       for w ∈ N(v) mit bekannt(w) = 0 do
9  |           Push(S, w);
10 |          Vorgänger(w) ← v;
           end
       end
   end
end
    
```



$S = (2, 3, 2), v = 3$

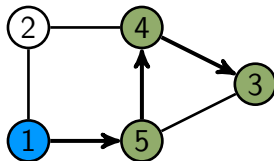
v	$\text{bekannt}(v)$	Vorgänger(v)
1	1	
2	0	4
3	1	4
4	1	5
5	1	1

Input : Graph $G = (V, E)$, Startknoten $u \in V$

Output : Funktionen $\text{bekannt} : V \rightarrow \{0, 1\}$,
 Vorgänger : $V \setminus \{u\} \rightarrow V$.

```

1  S ← {u};
2  for w ∈ V do
3  |   bekannt(w) ← 0;
   end
4  while S ≠ ∅ do
5  |   v ← Pop(S);
6  |   if bekannt(v) = 0 then
7  |       bekannt(v) ← 1;
8  |       for w ∈ N(v) mit bekannt(w) = 0 do
9  |           Push(S, w);
10 |          Vorgänger(w) ← v;
           end
       end
   end
end
    
```



$S = (2, 3), v = 2$

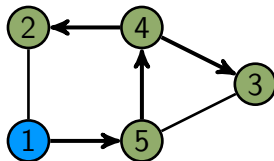
v	$\text{bekannt}(v)$	Vorgänger(v)
1	1	
2	0	4
3	1	4
4	1	5
5	1	1

Input : Graph $G = (V, E)$, Startknoten $u \in V$

Output : Funktionen $\text{bekannt} : V \rightarrow \{0, 1\}$,
 Vorgänger : $V \setminus \{u\} \rightarrow V$.

```

1  S ← {u};
2  for w ∈ V do
3  |   bekannt(w) ← 0;
   end
4  while S ≠ ∅ do
5  |   v ← Pop(S);
6  |   if bekannt(v) = 0 then
7  |       bekannt(v) ← 1;
8  |       for w ∈ N(v) mit bekannt(w) = 0 do
9  |           Push(S, w);
10 |          Vorgänger(w) ← v;
        end
    end
end
    
```



$S = (2, 3), v = 2$

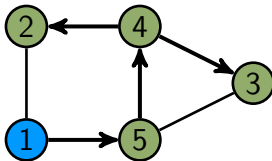
v	$\text{bekannt}(v)$	Vorgänger(v)
1	1	
2	1	4
3	1	4
4	1	5
5	1	1

Input : Graph $G = (V, E)$, Startknoten $u \in V$

Output : Funktionen $\text{bekannt} : V \rightarrow \{0, 1\}$,
 Vorgänger : $V \setminus \{u\} \rightarrow V$.

```

1   $S \leftarrow \{u\}$ ;
2  for  $w \in V$  do
3      |  $\text{bekannt}(w) \leftarrow 0$ ;
   end
4  while  $S \neq \emptyset$  do
5      |  $v \leftarrow \text{Pop}(S)$ ;
6      | if  $\text{bekannt}(v) = 0$  then
7          |  $\text{bekannt}(v) \leftarrow 1$ ;
8          | for  $w \in N(v)$  mit  $\text{bekannt}(w) = 0$  do
9              |  $\text{Push}(S, w)$ ;
10             |  $\text{Vorgänger}(w) \leftarrow v$ ;
           | end
       | end
   end
end
```



$S = (2, 3), v = 2$

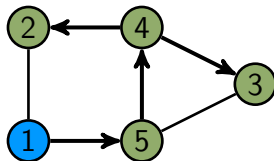
v	$\text{bekannt}(v)$	Vorgänger(v)
1	1	
2	1	4
3	1	4
4	1	5
5	1	1

Input : Graph $G = (V, E)$, Startknoten $u \in V$

Output : Funktionen $\text{bekannt} : V \rightarrow \{0, 1\}$,
 Vorgänger : $V \setminus \{u\} \rightarrow V$.

```

1  S ← (u);
2  for w ∈ V do
3  |   bekannt(w) ← 0;
   end
4  while S ≠ ∅ do
5  |   v ← Pop(S);
6  |   if bekannt(v) = 0 then
7  |       bekannt(v) ← 1;
8  |       for w ∈ N(v) mit bekannt(w) = 0 do
9  |           Push(S, w);
10 |          Vorgänger(w) ← v;
           end
       end
   end
end
    
```



$S = (2), v = 3$

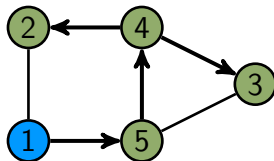
v	$\text{bekannt}(v)$	Vorgänger(v)
1	1	
2	1	4
3	1	4
4	1	5
5	1	1

Input : Graph $G = (V, E)$, Startknoten $u \in V$

Output : Funktionen $\text{bekannt} : V \rightarrow \{0, 1\}$,
 Vorgänger : $V \setminus \{u\} \rightarrow V$.

```

1  S ← (u);
2  for w ∈ V do
3  |   bekannt(w) ← 0;
   end
4  while S ≠ ∅ do
5  |   v ← Pop(S);
6  |   if bekannt(v) = 0 then
7  |       bekannt(v) ← 1;
8  |       for w ∈ N(v) mit bekannt(w) = 0 do
9  |           Push(S, w);
10 |          Vorgänger(w) ← v;
           end
       end
   end
end
    
```



$S = ()$, $v = 2$

v	$\text{bekannt}(v)$	Vorgänger(v)
1	1	
2	1	4
3	1	4
4	1	5
5	1	1



Zwischenergebnisse

Zeile	S	v	Neue Knoten w mit $\text{bekannt}(w) = 1$	Vorgänger(w)
1	(1)	–		
5	()	1		
10	(2, 5)	1	1	Vorgänger(2) = 1 Vorgänger(5) = 1
5	(2)	5		
10	(2, 3, 4)	5	5	Vorgänger(3) = 5 Vorgänger(4) = 5
5	(2, 3)	4		
10	(2, 3, 2, 3)	4	4	Vorgänger(2) = 4 Vorgänger(3) = 4
5	(2, 3, 2)	3		
10	(2, 3, 2)	3	3	
5	(2, 3)	2		
10	(2, 3)	2	2	
5	(2)	3		
5	()	2		