



Aufgabenblatt 2

Aufgabe 2.1

[3]

Es sei $G = (V, E)$ ein Graph auf n Knoten und $\sigma : [n] \rightarrow V$ eine bijektive Funktion, die eine Reihenfolge der Knoten definiert. Dann ist $\text{Greedy}(G, \sigma)$ die Anzahl der Farben, die eine Greedy-Färbung des Graphen, bei der die Knoten in Reihenfolge σ gefärbt werden, benötigt.

Zeigen Sie, dass es für jeden Graphen G eine Reihenfolge σ gibt mit $\text{Greedy}(G, \sigma) = \chi(G)$.

Aufgabe 2.2

[2+1+2]

Es sei $G = (V, E)$ ein Graph.

a) Zeigen Sie die Äquivalenz der beiden folgenden Aussagen:

(i) G ist bipartit.

(ii) Für jeden Subgraphen $H \subset G$ gilt: $\alpha(H) \geq \frac{|V(H)|}{2}$.

b) Zeigen Sie in einer Zeile: Ist G ein Baum, so ist G bipartit.

c) Zeigen Sie mittels vollständiger Induktion, dass es einen bipartiten Subgraphen $G' = (V, E')$ von G gibt, so dass $|E'| \geq \frac{|E|}{2}$.

Aufgabe 2.3

[1+2+2]

Sei $G = (V, E)$ ein Graph. Zeigen Sie:

a) $\omega(G) \leq \Delta(G) + 1$.

b) $\frac{|V|}{\alpha(G)} \leq \Delta(G) + 1$.

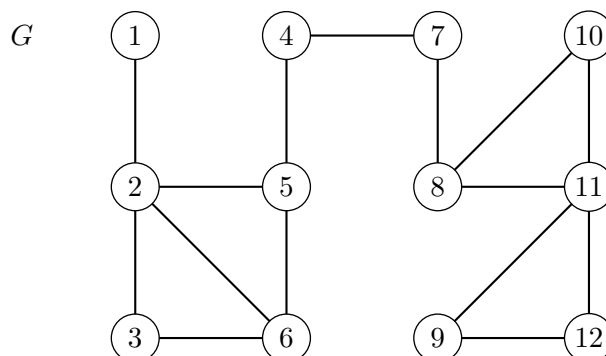
Hinweis: Betrachten Sie eine maximale stabile Menge und ihre Nachbarschaft.

c) Ist $|V| \geq 6$, dann ist $\max\{\alpha(G), \omega(G)\} \geq 3$.

Aufgabe 2.4

[1+1+2]

a) Führen Sie eine Tiefensuche mit Startknoten 1 für folgenden Graphen aus. Verwenden Sie dazu die in den Übungen vorgestellte Tabelle. Wenn es in Zeile 8 mehrere Knoten $w \in N(v)$ mit $\text{bekannt}(w) = 0$ gibt, arbeiten Sie diese in aufsteigender Reihenfolge ab.



Bitte wenden!

- b) Wir sagen die Tiefensuche besucht einen Knoten v , wenn $\text{bekannt}(v) = 1$ gesetzt wird. Sind die folgenden Aussagen wahr oder falsch? Begründen Sie Ihre Antwort kurz.
- i) Eine Tiefensuche in G mit Start bei Knoten 1 besucht immer Knoten 5 vor Knoten 3.
 - ii) Eine Tiefensuche in G mit Start bei Knoten 1 kann Knoten 10 vor Knoten 12 besuchen.
- c) Modifizieren Sie den Algorithmus der Tiefensuche, sodass untersucht wird, ob ein zusammenhängender Graph kreisfrei ist. Begründen Sie kurz, warum Ihr Algorithmus richtig ist.

Abgabe: bis Mittwoch, 18:00 Uhr (nur Studierende der Lehramts-Gruppen!) im dafür vorgesehenen Kasten im Untergeschoss.

Bitte notieren Sie auf ihrer Abgabe:

- Name(n), Vorname(n),
- Matrikelnummer(n) und
- Rückgabeübungsgruppe

Bitte geben Sie in Zweier- oder Dreiergruppen ab.

Die Abgabedaten von Blatt 2 für Ihre Gruppe finden Sie auf der Homepage zur Vorlesung unter <http://www-m9.ma.tum.de/WS2013/PropDM>.