Technische Universität München, Zentrum Mathematik
Lehrstuhl für Angewandte Geometrie und Diskrete Mathematik

Propädeutikum Diskrete Mathematik (MA 1501)

Prof. Dr. R. Hemmecke | B.Sc. W. F. Riedl | Dipl-Math. M. Silbernagl

Aufgabenblatt 7

Aufgabe 7.1

Gegeben sei die Folge $(a_n)_{n\in\mathbb{N}_0}$, die durch $a_0 = -2$ und $a_{n+1} = a_n + n \cdot 2^n$ für $n \in \mathbb{N}_0$ definiert ist.

Zeigen Sie:

a) Für $|x| < \frac{1}{2}$ gilt:

$$\sum_{n=1}^{\infty} n(2x)^{n-1} = \frac{1}{(1-2x)^2}$$

b) Für $|x| < \frac{1}{2}$ gilt:

$$\sum_{n=0}^{\infty} a_n x^n = \frac{1}{(1-2x)^2} - \frac{3}{1-2x}$$

c) Geben Sie eine explizite Formel für a_n an.

Zusatzaufgabe (nicht klausurrelevant!):

Aufgabe 7.2

Die Folge der *Fibonacci*-Zahlen ist definiert durch $F_0 := 0$, $F_1 := 1$ und $F_{n+1} := F_n + F_{n-1}$. Beweisen Sie mit Hilfe der erzeugenden Funktionen eine explizite Darstellung von $(F_n)_{n\in\mathbb{N}}$. Gehen Sie dazu in folgenden Schritten vor:

a) Für $F(x) := \sum_{n=0}^{\infty} F_n x^n$ gilt $F(x) = \frac{x}{1-x-x^2}$.

b) Finden Sie eine Partialbruchzerlegung für $\frac{x}{1-x-x^2}$.

c) Bestimmen Sie die Koeffizienten F_n.

Blatt 7 wird nicht korrigiert, bitte nicht abgeben! Eine Musterlösung steht bereits online.