Dipl.-Math.Oec Melanie Bestle | Dr. Michael Ritter

Dantzig-Wolfe-Decomposition

1 Problemformulierung und der Satz von Minkowski

Gegeben sei ein lineares Programm der Form

$$\begin{aligned} &\max\,(w_1, w_2, \ldots, w_{|K|}) \cdot (x_1, x_2, \ldots, x_{|K|}) \\ &\begin{pmatrix} A_1 & A_2 & \cdots & A_{|K|} \\ B_1 & & & \\ & B_2 & & \\ & & \ddots & \\ & & & B_{|K|} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \vdots \\ x_{|K|} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} b_0 \\ b_1 \\ b_2 \\ \vdots \\ b_{|K|} \end{pmatrix} \\ &x \geq 0. \end{aligned}$$

Der Satz von Minkowski (für Polytope) lautet:

Theorem 1 *Sei* $P = \{x \geq 0 : Bx = b\}$ *ein Polytop und sei* $\mathrm{Ext}(P)$ *die Menge der Extrempunkte von* P*. Dann gilt:* $P = \mathrm{conv}\,(\mathrm{Ext}(P))$.

2 Aufgabenstellung: Master-Problem

Bezeichnet man mit $Ext(P_i) = \left\{x^{(j)} : j \in J_i\right\}$ die Extrempunkte des Polytops $P_i := \{x \geq 0 : B_i x_i = b_i\}$, so kann man die Menge aller zulässigen Lösungen für P_i mit Hilfe der Menge $Ext(P_i)$ darstellen.

1. Formuliert diese Darstellung für ein Polytop P_i.
2. Setzt eure Darstellung für alle Teilprobleme in das ursprüngliche Problem ein, um das *Master-Problem* zu erhalten.

3 Aufgabenstellung: Dualisieren und reduzierte Kosten

1. Dualisiert das Masterproblem.
2. Stellt die reduzierten Kosten einer Lösung mit Hilfe der dualen Variablen dar.
3. Wie sieht das Pricing-Problem für ein Column Generation-Verfahren für das Masterproblem aus?