Dipl.-Math.Oec Melanie Bestle | Dr. Michael Ritter

Air Crew Rostering und Dantzig-Wolfe-Decomposition

Aufgabe

In der Vorlesung haben wir das Crew Rostering-Problem als ein Multicommodity Flow-Problem modelliert, zu dem folgendes ILP gehört:

$$\max \sum_{k\in K}\sum_{e\in E} w_{ke}x_{ke} \tag{1}$$
$$\sum_{k\in K} x_{ku} = d_u \quad \text{für alle } u\in U \tag{2}$$
$$\sum_{e\in\delta^+(v)} x_{ke} - \sum_{e\in\delta^-(v)} x_{ke} = 0 \quad \text{für alle } v\in V \text{ und alle } k\in K \tag{3}$$
$$\sum_{e\in\delta^-(s)} x_{ke} = 1 \quad \text{für alle } k\in K \tag{4}$$
$$\sum_{e\in\delta^+(t)} x_{ke} = 1 \quad \text{für alle } k\in K \tag{5}$$
$$x_{ke}\in\mathbb{N}_0 \quad \text{für alle } k\in K,\ e\in E \tag{6}$$

Die Teilprobleme, dargestellt durch Gleichungen (3) bis (5) und die Ganzzahligkeitsbedingungen, sind jeweils Flussprobleme für einen der Flugkapitäne, die Kopplungsbedingungen (2) bilden den Bedarf jedes Umlaufs ab. Im Folgenden betrachten wir die LP-Relaxation des Problems, wir ersetzen die Ganzzahligkeitsbedingung also durch $x_{ke}\geq 0$.

a) Stellen Sie mit Hilfe des Satzes von Minkowski die Lösung jedes Teilproblems als Konvexkombination der zugehörigen Ecken dar.

b) Setzen Sie Ihre Darstellung in obiges ILP ein, um das Master-Problem für die Dantzig-Wolfe-Decomposition zu bestimmen.

c) Dualisieren Sie das Master-Problem.

d) Bestimmen Sie die reduzierten Kosten und leiten Sie die Pricing-Probleme für jedes Teilproblem ab.

e)* Interpretieren Sie die Zielfunktion des Pricing-Problems.