Technische Universität München
Zentrum Mathematik

Diskrete Optimierung: Fallstudien aus der Praxis

Barbara Wilhelm | Michael Ritter

Station 2: Polynomielle Reduktion

Diskutieren Sie folgende Fragen in der Gruppe und tragen Sie Ihre Antworten auf dem Arbeitsblatt ein. Das ausgefüllte Blatt heften Sie anschließend in Ihre Gruppenmappe.

Problem 1: Dominating Set

Input: Zahlen $n, m \in \mathbb{N}$, ein Graph $G = (V, E)$ mit n Knoten und m Kanten, eine natürliche Zahl $K \leq n$.

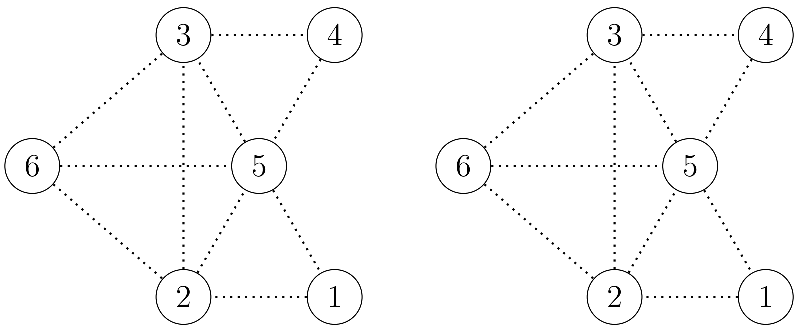
Frage: Gibt es in G ein *Dominating Set* der Kardinalität höchstens K? Eine Teilmenge $D \subseteq V$ heißt *Dominating Set* für G, falls es für jeden Knoten $v \in V \setminus D$ ein $u \in D$ gibt mit $\{u, v\} \in E$ (jeder Knoten ist vom Dominating Set aus „sichtbar“).

Problem 2: Vertex Cover

Input: Zahlen $n, m \in \mathbb{N}$, ein Graph $G = (V, E)$ mit n Knoten und m Kanten, eine natürliche Zahl $K \leq n$.

Frage: Gibt es in G ein *Vertex Cover* der Kardinalität höchstens K? Eine Teilmenge $C \subseteq V$ heißt *Vertex Cover* (Knotenüberdeckung) für G, falls $e \cap C \neq \emptyset$ für alle $e \in E$.

1. Markieren Sie in den Abbildungen jeweils ein möglichst kleines Dominating Set bzw. ein möglichst kleines Vertex Cover.



2. Zeigen Sie, dass sowohl Vertex Cover als auch Dominating Set in $\mathcal{NP}$ liegen.

3. VERTEX COVER ist sogar ein $\mathcal{NP}$-vollständiges Problem (das dürfen Sie hier und auch künftig ohne Beweis verwenden). Beweisen Sie, dass auch DOMINATING SET $\mathcal{NP}$-vollständig ist, indem Sie eine Reduktion auf VERTEX COVER angeben.