Technische Universität München
Zentrum Mathematik

Prof. Dr. P. Gritzmann, Dipl.-Math. M. Ritter, Dipl.-Inf. Dipl.-Math. S. Borgwardt

# Optimierung I, SS 2008

## Übungsblatt 9

**Aufgabe 9.1** *ca. 4 Punkte*
Zeigen Sie: Für eine optimale Lösung des Problems aus Aufgabe 1.1 genügt es, nur Mischungen, die aus bis zu zwei Bestandteilen bestehen, in Betracht zu ziehen.

**Aufgabe 9.2** *ca. 7 Punkte*
Sei $P = \text{conv}\{v_1, ..., v_m\} \subset \mathbb{R}^n$ mit $0 \in \text{int}(P)$.

a) Zeigen Sie: $P^\circ = \{y \in \mathbb{R}^n : v_i^T y \leq 1 \forall i \in \{1, ..., m\}\}$ und $P^\circ$ ist ein Polytop.

b) Zeigen Sie: $P^{\circ\circ} = P$.

c) Zeigen Sie: Die Polarmenge des n-dimensionalen Einheitswürfels ist das n-dimensionale Einheits-Kreuzpolytop, und umgekehrt.

**Aufgabe 9.3** *ca. 5 Punkte*
Sei $M \subset \mathbb{R}^n$ und $C := \text{pos}(M)$ die positive Hülle von $M$.

a) Zeigen Sie: Jeder Punkt $x \in C$ ist als konische Kombination von höchstens $n$ Punkten aus $M$ darstellbar.

b) Zeigen Sie anhand eines Beispiels, dass weniger als $n$ Punkte im Allgemeinen nicht ausreichend sind.

c) Beweisen oder widerlegen Sie folgende Aussage. „Sei $P \subset \mathbb{R}^n$ ein Polytop mit Extremalpunkt 0 und sei $V$ die Menge aller Extremalpunkte von $P$. Dann lässt sich jedes $x \in P$ als Konvexkombination von höchstens $n$ Punkten aus $V$ darstellen.“

**Abgabe des Blattes (möglichst in Dreiergruppen) bis Mittwoch, 18. Juni, 2008, 14:00 Uhr, im Briefkasten im UG oder am Stammgelände (s. Homepage). Bitte benutzen Sie das Deckblatt von der Homepage**
`http://www-m9.ma.tum.de/twiki/bin/view/SS2008/Optimierung1`.