



## Computerpraktikum zur Optimierung 2, WS 2008/09

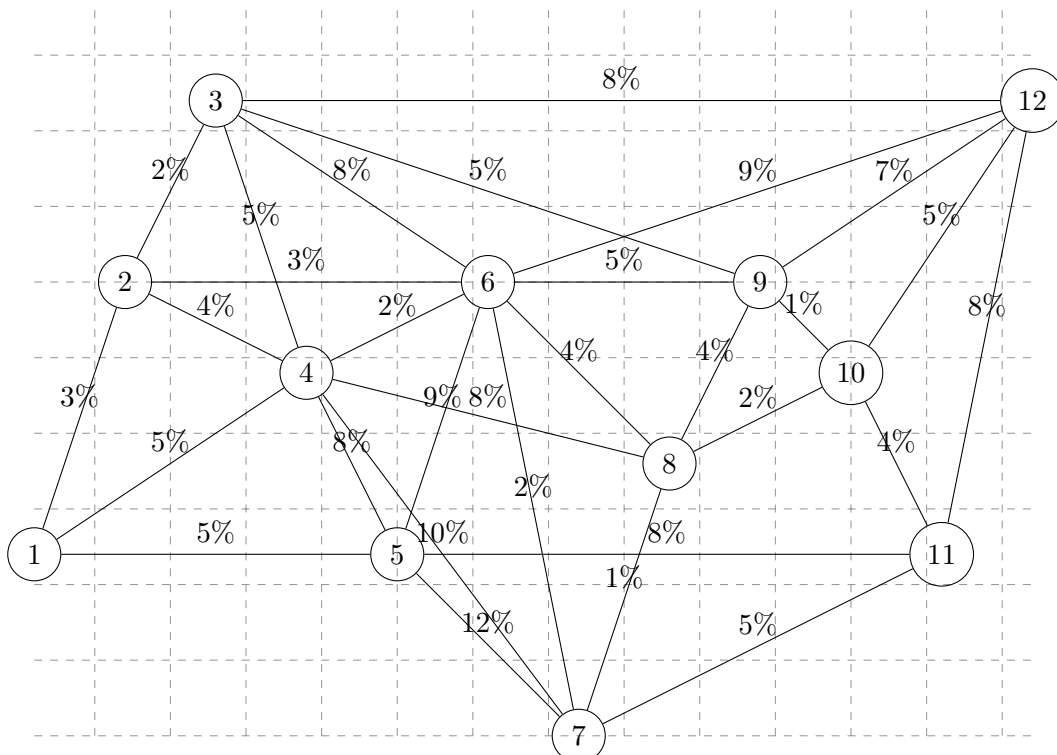
Dr. M. Ritter

### Übungsblatt 2

#### Aufgabe 2.1 *Maximum Reliability Routing*

In jüngster Zeit mehren sich Angriffe von Piraten auf Fracht- und Passagierschiffe. Eine große Reederei untersucht deshalb mögliche Alternativrouten für ihre Frachtschiffe. Um die zur Verfügung stehenden Alternativen bewerten zu können, sollen zunächst die kürzeste sowie die sicherste mögliche Route ermittelt werden. Die möglichen Routen werden in einem Digraphen  $G = (V, E)$  dargestellt, in dem jeweils sinnvolle Teilabschnitte jeder Route eine Kante bilden. Eine Abbildung  $c : E \rightarrow \mathbb{R}$  gibt jeweils die Fahrtzeit entlang einer Kante des Graphen an; eine weitere Abbildung  $p : E \rightarrow [0, 1]$  stellt für jede Kante die Wahrscheinlichkeit dar, auf dem entsprechenden Streckenabschnitt von Piraten überfallen zu werden (vgl. Abbildung, Abstände sind euklidisch).

- Formulieren Sie das Problem, die kürzeste bzw. die sicherste Route zu ermitteln als Problem kürzester Wege.
- Implementieren Sie einen Algorithmus der den kürzesten sowie den sichersten Weg für gegebenen Start- und Zielknoten ermittelt. Welche Laufzeit hat Ihr Algorithmus?
- Überlegen Sie sich Strategien, die Laufzeit Ihres Algorithmus in der Praxis möglichst gering zu halten. Denken Sie dabei sowohl über geeignete Datenstrukturen als auch über heuristische Ansätze zur Beschleunigung der Algorithmen nach. Implementieren und testen Sie Ihre Ideen.



Bitte wenden!

### **Aufgabe 2.2** *Constrained Shortest Path*

Ein Internet-Dienstleister betreibt für eine Reihe von Kunden einen zentralen Server, auf dem diese Daten abrufen können. Für die Anbindung des Servers an die Kundensysteme stellt der Dienstleister Leitungen zur Verfügung, die er seinerseits bei verschiedenen Netzbetreibern anmieten kann; es lassen sich auch verschiedene Leitungs-Teilstücke miteinander kombinieren.

Jede Leitung besitzt eine bestimmte maximale Latenz, die Summe all dieser Werte auf dem Weg vom Server zum Kunden ergibt eine Verzögerung für die Kommunikation mit dem Server. Der Dienstleister möchte seinen Kunden eine maximale Antwortzeit garantieren, zur Erreichung dieses Ziels darf daher die Latenz auf dem Weg zum Kunden einen bestimmten Wert  $T$  nicht überschreiten. Der Dienstleister sucht daher eine möglichst kostengünstige Kombination von Leitungs-Teilstücken, die alle Kunden mit einer vorgegebenen maximalen Latenzzeit  $T$  an den Server anbinden.

- a) Formulieren Sie die Aufgabe formal und als (evtl. ganzzahliges) lineares Programm. Implementieren Sie das LP.
- b) Formulieren Sie das Problem als dynamische Optimierungsaufgabe, indem Sie eine geeignete Rekursion angeben.
- c) Entwickeln Sie auf Basis des obigen Modells einen Algorithmus, der das Problem mit Hilfe von dynamischer Optimierung löst. Was können Sie über die Laufzeit Ihres Algorithmus aussagen?
- d) Implementieren Sie Ihren Algorithmus und vergleichen Sie ihn mit der LP-Formulierung.

### **Aufgabe 2.3** *Vehicle Routing*

Ein Logistik-Unternehmen eröffnet ein neues Auslieferungslager und plant die Fahrtrouten, die von diesem Lager ausgehend die Kunden beliefern sollen. Das Straßennetz ist in Form eines Graphen  $G = (V, E)$  gegeben, für jede Kante  $e \in E$  ist eine Fahrzeit  $t_e$  bekannt. Jedem Kunden  $i$  ist jeweils ein Zeitfenster  $[T_A^i, T_E^i]$  zugeordnet, die Lieferung muss täglich innerhalb dieser Zeit beim Kunden eintreffen. Für das Entladen ist beim Kunden  $i$  eine Zeitspanne von  $\tau^i$  einzuplanen. Wir nehmen zunächst an, dass ein Fahrzeug beliebig viel Ladung aufnehmen kann und damit mehrere Kunden hintereinander beliefert werden können, falls die zeitlichen Bedingungen dies zulassen. Für den Einsatz eines Fahrzeugs fallen Fixkosten  $C$  (Personal, Wartung, Bereitstellung, etc.) und streckenabhängige Kosten  $c_e$  pro befahrener Kante  $e$  an. Wieviele Fahrzeuge muss das Logistik-Unternehmen einsetzen, welche Routen sollen diese jeweils abfahren, und wann müssen die Fahrzeuge starten, um die Gesamtkosten möglichst gering zu halten?