Technische Universität München
Zentrum Mathematik

Optimierung 2, WS 2008/09

Prof. Dr. P. Gritzmann, Dipl.-Inf. Dipl.-Math. S. Borgwardt, Dr. M. Ritter

Übungsblatt 15

Aufgabe 15.1
Zeigen Sie Korollar 7.2.37 aus der Vorlesung: Eine Matrix $A \in \mathbb{Z}^{m\times n}$ ist genau dann total unimodular, wenn für jeden Vektor $b \in \mathbb{Z}^m$ alle Ecken von $P := \{x \in \mathbb{R}^n : Ax \leq b \ \wedge \ x \geq 0\}$ ganzzahlig sind.

Aufgabe 15.2
Sei $A \in \{0, \pm 1\}^{m\times n}$. Zeigen Sie die Äquivalenz der folgenden Aussagen:

a) A ist total unimodular.

b) Jede Teilmenge J der Spalten von A besitzt eine Zerlegung $S \cup T$, so dass $\sum\limits_{j\in S} a_j - \sum\limits_{j \in T} a_j \in \{0, \pm 1\}^m$, wobei a_j die j-te Spalte von A bezeichne.

c) Jede quadratische, reguläre Teilmatrix von A besitzt eine Zeile mit ungerader Anzahl von Nichtnullelementen.

d) Die Summe aller Elemente jeder quadratischen Teilmatrix mit gerader Zeilen- und Spaltensumme ist durch 4 teilbar.

e) Keine quadratische Teilmatrix hat Determinante ± 2.

Hinweis: Zeigen Sie $a) \Rightarrow b)$, $b) \Rightarrow c)$, $b) \Rightarrow d)$, $c) \Rightarrow e)$, $d) \Rightarrow e)$, $e) \Rightarrow a)$.