



Propädeutikum Diskrete Mathematik

Prof. Dr. A. Taraz, Dipl-Math. A. Würfl, Dipl-Math. S. König

Übungsblatt 1

Aufgabe 1.1

Zeigen Sie mithilfe vollständiger Induktion:

- Für $n \in \mathbb{N}$ gilt $\sum_{k=1}^n k^3 = (\sum_{k=1}^n k)^2$.
- Es gilt $3^n > 2^n + 3n^2 + 10$ für genügend große $n \in \mathbb{N}$.
(Wie groß muss n mindestens gewählt werden?)
- Die Summe der dritten Potenzen dreier aufeinanderfolgender natürlicher Zahlen ist stets durch 9 teilbar.
- Für $x \in \mathbb{R} \setminus \{1\}$ und $n \in \mathbb{N}$ gilt $\sum_{i=0}^n x^i = \frac{x^{n+1}-1}{x-1}$.

Aufgabe 1.2

Ein Freund behauptet, dass die Zahl $n^3 + 2n^2 - n + 3$ für alle $n \geq n_0$, $n_0 \in \mathbb{N}$ gerade ist. Er habe nur n_0 noch nicht gefunden.

- Zeigen Sie: Ist die Behauptung für irgendein n_0 richtig, dann auch für $n_0 + 1$.
- Wie muss man n_0 wählen?

Aufgabe 1.3

Gegeben sei ein Schachbrett B der Größe $2^n \times 2^n$ ($n \in \mathbb{N}$), aus dem die obere rechte Ecke ausgeschnitten wird, und außerdem ein Dominostein L , der genau die Felder $a1, a2, b1$ des Schachbrettes überdecken kann. Zeigen Sie, dass B vollständig mit nichtüberlappenden Kopien von L bedeckt werden kann.

Aufgabe 1.4

Die Folge $(F_n)_{n \in \mathbb{N}}$ der Fibonacci-Zahlen ist folgendermaßen definiert:

$$F_0 := 0, \quad F_1 := 1, \quad F_{n+1} := F_{n-1} + F_n \quad \text{für } n \geq 1$$

Zeigen Sie mit Hilfe von Induktion:

- $\sum_{i=1}^n F_i^2 = F_n F_{n+1}$
- Mit $\psi_+ = \frac{1+\sqrt{5}}{2}$ und $\psi_- = \frac{1-\sqrt{5}}{2}$ gilt für alle $n \in \mathbb{N}_0$:

$$F_n = \frac{1}{\sqrt{5}} (\psi_+^n - \psi_-^n)$$

Zum Übungsbetrieb

Sie halten das erste Übungsblatt zur Vorlesung *Propädeutikum Diskrete Mathematik* in Ihren Händen. Die Aufgaben dieses Blattes bearbeiten Sie bitte in Ihrer Tutorgruppe. Dort beantwortet ein Tutor Ihre Fragen zu Vorlesung und Aufgabenblatt. Das Ziel ist allerdings, dass Sie in kleinen Gruppen möglichst selbstständig die Lösungen erarbeiten. Nach unserer Erfahrung reicht die Zeit in der Übungsgruppe dafür bei weitem nicht aus. Konzentrieren Sie sich deshalb darauf, die Lösungsideen zu entwickeln. Diese sollten später (in Gruppen von bis zu drei Studierenden) ausformuliert werden. Bitte geben Sie pro Gruppe jeweils einen Lösungsvorschlag zur Korrektur ab. Dazu werfen Sie Ihre Lösungen bis zum jeweils folgenden **Dienstag, 12:15 Uhr** in den entsprechend beschrifteten Postkasten im Keller des MI-Gebäudes. Geben Sie auf dem Deckblatt Ihre Gruppennummer an, da Sie die korrigierten Aufgaben zum nächsten Termin in eben dieser Gruppe wieder abholen können.

Noch ein Hinweis zur *anderen Übung*. Diese findet ab dem 3. November jeweils jeden zweiten Dienstag von 14 bis 16 Uhr statt. (Der Raum wird noch bekannt gegeben.) In dieser Übung liegt der Schwerpunkt auf der Präsentation und Diskussion von Lösungen. Ziel ist es, möglichst *elegante* Lösungen zu finden. Dem entsprechend erwarten wir von den Teilnehmern dieser Übung, dass sie sich schon vor Übungsbeginn mit den Aufgaben beschäftigt haben. Sind die regulären Übungen die *Pflicht*, so stellt diese Übung die *Kür* dar. Die Teilnahme ersetzt die Teilnahme an einer regulären Übung.

Das Team von Prof. Taraz wünscht Ihnen einen erfolgreichen Start ins Studium!