



## Übungsblatt 13

### Tutoraufgaben:

#### Aufgabe 13.1 (Zwischenkörper)

Es sei  $K$  Zerfällungskörper von  $X^4 - 2$  über  $\mathbb{Q}$ . Bestimmen Sie einige Zwischenkörper  $\mathbb{Q} \subset L \subset K$ .

### Hausaufgaben:

#### Aufgabe 13.2 (Galoisgruppen)

Bestimmen Sie die Galoisgruppe  $\text{Gal}(f; \mathbb{Q})$  von  $f = X^4 - 2$  über  $\mathbb{Q}$ .

#### Aufgabe 13.3 (Multiplikative Gruppe endlicher Körper)

Es sei  $\mathbb{F}_p^\times$  die multiplikative Gruppe von  $\mathbb{F}_p$ . Bestimmen Sie für  $p = 5, 7, 11$  die Ordnung der Elemente in  $\mathbb{F}_p^\times$  und die Erzeugenden der zyklischen Gruppe.

#### Aufgabe 13.4 (Freshman's dream extended)

Es sei  $k$  ein Körper mit  $\text{char}(k) = p > 0$ . Zeigen Sie für alle  $n \in \mathbb{N}$ , dass

$$(x + y)^q = x^q + y^q$$

für alle  $x, y \in k$  gilt, wobei  $q = p^n$  sei.

#### Aufgabe 13.5 (Irreduzible Teiler in $\mathbb{F}_3[X]$ )

Bestimmen Sie alle irreduziblen Teiler von  $X^6 + 1 \in \mathbb{F}_3[X]$ .

### Hinweise:

- Homepage zur Lehrveranstaltung: <http://www-m9.ma.tum.de/WS2015/AlgLG>
- Abgabe der Hausaufgaben: In der Vorlesung am 28.1.2016.